

Gibt es eine Alternative zur Kaliberstabilität als Entwurfskriterium für statisch stabile Modellraketen?

Viele Publikationen und Programme, die sich unter anderem der Aufgabe widmen, den Entwurf von statisch stabilen Modellraketen zu erklären und zu ermöglichen, führen den Begriff der Kaliberstabilität ein. Als Beispiele seien die beiden folgenden Zitate genannt.

Technical Information Report 30 - Stability of a Model Rocket in flight

"Using the criteria that the static margin must be **at least one** maximum **body diameter**, it is easy to see that the CP location strictly dictates the CG location."

SpaceCAD

„Die Stabilität wird dabei in Kalibern angegeben. Ein Kaliber entspricht einem Rohrdurchmesser. Die Rakete fliegt stabil, wenn der Abstand zwischen Schwerpunkt und Druckpunkt **mindestens 1 Kaliber** ist. Ab einer Stabilität von **mehr als 5 Kalibern** wird die Rakete **überstabil**, es wird zuviel Energie für den stabilen Flug verbraucht: die Rakete fliegt instabil..“

Anhand dieser Definitionen lassen sich für verschiedene ungesteuerte Raketen notwendige Abstände zwischen Schwerpunkt und Druckpunkt berechnen. Die Normierung erfolgt über den maximalen Durchmesser der Rakete:

$$\text{Kaliber} = \frac{x_{DP} - x_{SP}}{D} \quad (1)$$

Die folgende Tabelle zeigt die Abstände zwischen beiden Punkten in Anteilen der Gesamtlänge (l) der Rakete bei einer Kaliberstabilität von 1 bzw. 2.

	Länge [mm]	Ø [mm]	Kaliber	
			1	2
Apogee Components' Blue Streak	353,5	18,7	5,3%	10,6%
ATScam	355,6	24,8	7,0%	13,9%
Dart	403,2	18,7	4,6%	9,3%
Estes Phoenix	753,1	66,0	8,8%	17,5%
Held-Stab	785,0	15,0	1,9%	3,8%
Maybe Mach	359,4	18,7	5,2%	10,4%
micro V-2	178,6	18,7	10,5%	20,9%
Public Missiles Endeavour	1800,2	102,2	5,7%	11,4%
Public Missiles Io	850,9	58,4	6,9%	13,7%
Qassam 2	1800,0	115,0	6,4%	12,8%
Quest Astra	332,5	25,0	7,5%	15,0%
Quest Falcon -4"	508,0	35,0	6,9%	13,8%
Texas Twister	362,0	18,7	5,2%	10,3%
Tiny Pterodactyl	647,7	58,4	9,0%	18,0%
Tomahawk	502,0	18,0	3,6%	7,2%

Stabilitätsreserve

Es wird recht deutlich, dass die Werte einen breiten Bereich überstreichen. Man wird also bei einem Erstflug eines neuen Modells immer mit unerwarteten Bewegungen rechnen dürfen, da die obige Definitionen keinen absoluten Konstruktionshinweis geben.

Als der Autor den in der Tabelle angegebenen **Held-Stab** baute, war ihm bei der Realisierung der Rakete mit einem Kaliber von etwa 2 doch recht unwohl. Aus dem Bauch heraus wählte er ein wesentlich höheres Kaliber (ca. 8). Die Flüge verliefen problemlos. Angeregt durch diese positiven praktischen Ergebnisse versuchte der Autor eine Erklärung zu finden, die auch als Konstruktionskriterium eingesetzt werden kann.

Der nun folgende Text möchte eine weitere Definition vorstellen, die nach dem Dafürhalten des Autors geeigneter erscheint, um eine große Bandbreite von Modellen zu erfassen. Bevor diese Definition angegeben wird, soll der zugrunde liegende physikalische Sachverhalt noch einmal kurz erklärt werden.

Alle an einer Rakete angreifenden aerodynamischen Kräfte werden als in einem Punkt angreifend angenommen. Dieser Punkt, Druckpunkt genannt, kann auf verschiedene Arten bestimmt werden. Die Lage des Punktes ist von verschiedenen Parametern abhängig. Für die Bewegung von Modellraketen im Unterschallbereich wird seine Lage in der Regel als konstant angenommen.

Befindet sich der Massenschwerpunkt (ausgehend von der Spitze der Rakete) vor dem Druckpunkt, werden die im Druckpunkt angreifenden aerodynamischen Kräfte versuchen, eventuell existierende Auslenkungen (Anströmungswinkel $\alpha \neq 0$) zu minimieren. D.h. sie wirken der aktuellen Auslenkung entgegen und verringern somit den Anströmungswinkel. Eine Minimierung erfolgt nicht sofort und vollständig, da die Rakete ein Trägheitsmoment J_{CG} besitzt. Das Trägheitsmoment ist für eine abklingende Pendelbewegung oder Schwingung verantwortlich. Vernachlässigt man dämpfende Komponenten der Bewegungsgleichung, so kann man folgende Formel angeben:

$$J_{CG}\ddot{\mathbf{a}} = -\frac{x_{DP} - x_{SP}}{l} F_A l \quad (2)$$

Bei F_A handelt es sich um den Auftrieb, der durch die Flossen bei einer seitlichen Anströmung erzeugt wird $F_A = \frac{\rho v^2}{2} A_{ref} \frac{\partial c_a}{\partial \alpha} \mathbf{a}$. Die Zusammensetzung von F_A spielt an dieser Stelle keine Rolle. Viel interessanter ist vielmehr die Tatsache, dass die Größe der Kraft durch den Abstand der beiden Punkte im Verhältnis zur Länge der Rakete bestimmt wird. Es ist daher sinnvoll, besser dieses Verhältnis als Bezugsgröße für die statische Stabilität zu wählen, als das bisher gebräuchliche, das den Durchmesser der Rakete zum Maßstab nimmt. In der Literatur [Hauck] findet man den Begriff der Stabilitätsreserve. Er soll deshalb hier ebenfalls verwendet werden.

$$SR = \frac{x_{DP} - x_{SP}}{l} \quad (3)$$

Stabilitätsreserve

Ebenda wird auch ein Bereich angegeben, für den ein stabiles Flugverhalten zu erwarten ist. **„Ein un gelenkter leitwerkstabilisierter Flugkörper ist gut stabilisiert, wenn seine Stabilitätsreserve 10...15% beträgt.“**

Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse bei Anwendung des Kriteriums „Stabilitätsreserve“ für die am Anfang benannten Raketen.

	Länge [mm]	Ø [mm]	Stabilitätsreserve		
			10,0%	12,5%	15,0%
Apogee Components' Blue Streak	353,5	18,7	1,9	2,4	2,8
ATScam	355,6	24,8	1,4	1,8	2,2
Dart	403,2	18,7	2,2	2,7	3,2
Estes Phoenix	753,1	66,0	1,1	1,4	1,7
Held-Stab	785,0	15,0	5,2	6,5	7,9
Maybe Mach	359,4	18,7	1,9	2,4	2,9
micro V-2	178,6	18,7	1,0	1,2	1,4
Public Missiles Endeavour	1800,2	102,2	1,8	2,2	2,6
Public Missiles Io	850,9	58,4	1,5	1,8	2,2
Qassam 2	1800,0	115,0	1,6	2,0	2,3
Quest Astra	332,5	25,0	1,3	1,7	2,0
Quest Falcon -4"	508,0	35,0	1,5	1,8	2,2
Texas Twister	362,0	18,7	1,9	2,4	2,9
Tiny Pterodactyl	647,7	58,4	1,1	1,4	1,7
Tomahawk	502,0	18,0	2,8	3,5	4,2

Die in den Spalten Stabilitätsreserve aufgeführten Werte sind Vielfache des Durchmessers (also direkt die Kaliberangaben). Sieht man von den drei sehr schlanken Raketen einmal ab, dann ergeben sich bei einer Stabilitätsreserve von 10% für alle Raketen Werte zwischen 1 und 2 Kaliber. D.h. das Kriterium (3) deckt mit seiner Aussage auch die Ergebnisse der bisher bekannten Definition (1) ab.

Für sehr schlanke Raketen (Dart, Held-Stab und Tomahawk) liefert das Kriterium größere Kaliberwerte, die insbesondere für den Held-Stab durch den Autor bestätigt werden konnten.

Sollte man sich beim Entwurf einer Rakete nicht ganz sicher sein, so kann man die gefundenen Ergebnisse mit dem Kriterium der Stabilitätsreserve einer ergänzenden Prüfung unterziehen. Der Autor hofft, dass auch andere beim Bau von sehr schlanken Raketen durch dieses Kriterium in der Zukunft profitieren können.

Literatur:

[Hauck] Hauck, Günter: Der Flug un gelenkter Geschosse und Raketen;
Militärverlag der DDR, 3.Auflage, 1990